Boronkay György Műszaki Középiskola és Gimnázium
2600 Vác, Németh László u. 4- 6.
☎: 27- 317 - 077 ☎/fax: 27- 315 - 093
WEB: http://boronkay.vac.hu **e-mail:** boronkay@vac.hu

Levelező Matematika Szakkör ***2022/2023. 4. feladatsor***
5.-6. évfolyam

MEGOLDÁSOK

1.) Egy légitársaság 6 európai és 5 afrikai város között tart fenn repülőjáratokat, minden egyes városból minden másik városba indul járat. A légitársaság térképén zölddel jelölték azokat a járatokat, amelyek két európai várost, kékkel pedig azokat, amelyek két afrikai várost kötnek össze. Továbbá pirossal jelölték azokat a járatokat, amelyek egy európai és egy afrikai várost kötnek össze. Hány zöld, kék, illetve piros vonal szerepel a légitársaság térképén?

Megoldás:

Az európai városokat összekötő **zöld vonalak száma $(\mathbf{6 \cdot 5}) : \mathbf{2} = \mathbf{15}$,** mivel minden városból 5 vonal indul és minden vonalat kétszer számoltunk. Ugyanilyen gondolatmenettel az afrikai városokat összekötő **kék vonalak száma $(\mathbf{5 \cdot 4}) : \mathbf{2} = \mathbf{10}$.** Az összes várost összekötő vonalak száma pedig $(11 \cdot 10) : 2 = 55$. A piros vonalak számát úgy kapjuk meg, hogy az összes vonal számából kivonjuk a zöld és kék vonalak számát. **Tehát a piros vonalak száma $\mathbf{55 - 15 - 10 = 30}$.**
A piros vonalak számát úgy is megkaphatjuk, ha figyelembe vesszük, hogy minden európai városból 5 vonal indul az afrikai városok irányába, ez pedig összesen $6 \cdot 5 = 30$ vonalat jelent.

2.) Agyonnerúgd településen labdarúgó bajnokságot szerveztek, ahol 40 tanya labdarúgócsapata vett részt. A csapatokat 8 csoportba osztották, minden csoportba 5 együttes került. A csoportmérkőzések során minden csapat mindegyikkel játszott és minden csoportból az első két helyezett jutott tovább. A későbbiekben a továbbjutó 16 csapat a hagyományos egyenes kieséses rendszerben játszott tovább. Az elődöntőket bronzmérkőzés (itt az elődöntők két vesztese a bronzéremért küzdött), valamint a döntő követte. Összesen hány mérkőzést bonyolítottak le? A labdarúgó tornán hány mérkőzést játszott Kecskemekeg csapata, ha tudjuk, hogy 4. helyezést ért el?

Megoldás:

Egy csoportban $(5 \cdot 4) : 2 = 10$ mérkőzésre került sor, ezért a csoportmérkőzések során $8 \cdot 10 = 80$ mérkőzésre került sor. Ezek után az első 16 csapat 8 mérkőzést, a továbbjutó 8 csapat 4 mérkőzést, az innen továbbjutó 4 csapat két mérkőzést (elődöntők) játszott. Ezt követte a bronzmérkőzés, illetve a döntő, ez újabb két mérkőzést jelent. **Így összesen $\mathbf{80+8+4+2+2=96}$ mérkőzésre került sor.** Kecskemekeg csapata a csoportmérkőzések során 4 mérkőzést játszott, majd a továbbiakban még 4 mérkőzést a következőképpen: egyet az első 16 között, egyet az első 8 között, egy elődöntőt és a bronzmeccset. **Így Kecskemekeg csapata összesen 8 mérkőzést játszott.**

3.) Egy farsangi bálon 142-en vettek részt. Az első lány 27 fiúval táncolt, a második 28-cal, a harmadik 29-cel és így tovább. Végül az utolsó lány minden fiúval táncolt. Hány fiú volt a bálon?

<u>*Megoldás*</u>:

:

Megfigyelhető, hogy bármely lány sorszáma és a vele táncoló fiúk száma közötti különbség 26. Mivel az utolsó lány minden fiúval táncolt, következik, hogy a fiúk száma 26-tal több a lányok számánál. Mivel a bálban 142-en vettek részt, ezért a lányok száma $(142-26):2=58$, **a fiúk száma pedig $\mathbf{58+26=84}$.**

4.) Az asztalon egy fehér, egy fekete, egy piros, egy kék és egy zöld doboz van. Minden dobozban két golyó található. A golyók színe is fehér, fekete, piros, kék, illetve zöld, minden színből két-két golyó van. Melyik dobozban milyen színű golyók vannak, ha tudjuk, hogy:

a) egyik golyó sincs a vele azonos színű dobozban;
b) a piros dobozban nincs kék golyó;
c) a fehér vagy a fekete dobozban egy piros és egy zöld golyó található;
d) a fekete dobozban egy kék és egy zöld golyó van;
e) az egyik dobozban egy fehér és egy kék golyó van;
f) a kék dobozban van egy fekete golyó.

<u>*Megoldás*</u>:

Tudjuk, hogy **a fekete dobozban egy kék és egy zöld golyó van**. A c) állításból következik, hogy **a fehér dobozban egy piros és egy zöld golyó található**. A b) állítás szerint a piros dobozban nincs kék golyó. Továbbá a piros dobozban nem található piros golyó sem, a két zöld golyó pedig a fekete, illetve a fehér dobozban van. Így kizárásos alapon **a piros dobozban egy fehér és egy fekete golyó található.** Az e) állításban szereplő doboz csakis a **zöld lehet, ebben egy fehér és egy kék golyó található.** Végül a **kék dobozban egy fekete és egy piros golyó van.**

Készítette:
Dr. Fülöp Zsolt

Boronkay György Műszaki Középiskola és Gimnázium

2600 Vác, Németh László u. 4- 6.

☎: 27- 317 - 077 ☎/fax: 27- 315 - 093

***WEB:** http://boronkay.vac.hu **e-mail:** boronkay@vac.hu*

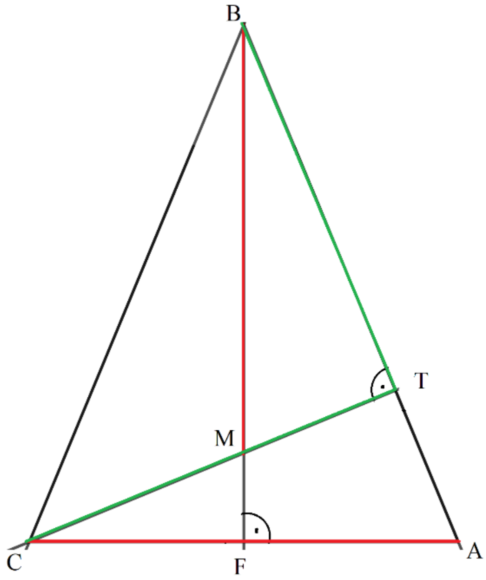
Levelező Matematika Szakkör **2022/2023. 4. feladatsor**

7.-8. évfolyam

MEGOLDÁSOK

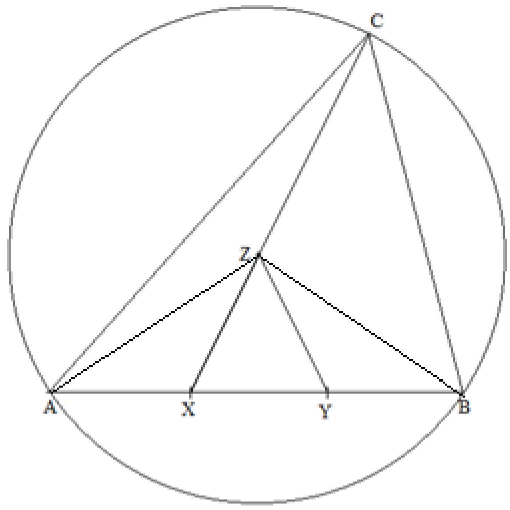
1.) Az ABC hegyesszögű háromszögben AB = BC, és a háromszög magasságpontja M. Mekkorák a háromszög szögei, ha MB = AC?

Megoldás:



ACT háromszögnek és MTB háromszögek egybevágóak. Ez következik a szögeik egyenlőségéből, hiszen mindkettő derékszögű, az A csúcsnál lévő szög és az M csúcsnál lévő szögek merőleges szárú szögek, így egyenlőek egymással, ugyanez igaz a C és B csúcsnál lévő szögekre is. Az MB és AC átfogóik is egyenlőek, ezért a többi oldaluk is az. Ezért CTB háromszög egyenlőszárú és derékszögű, ezért a **B csúcsnál lévő szög 45^0. Így az alapon fekvő szögek $67{,}5^0$-osak.**

2.) Az AB szakaszt az X és Y pontokkal három egyenlő részre osztottuk és az XY fölé egyenlő oldalú háromszöget szerkesztettünk, melynek harmadik csúcsa Z. A Z pont körül AZ = BZ sugárral kört rajzoltunk, amelyet az ábrán látható módon XZ meghosszabbítása a C pontban metsz. Mekkorák az ABC háromszög szögei?



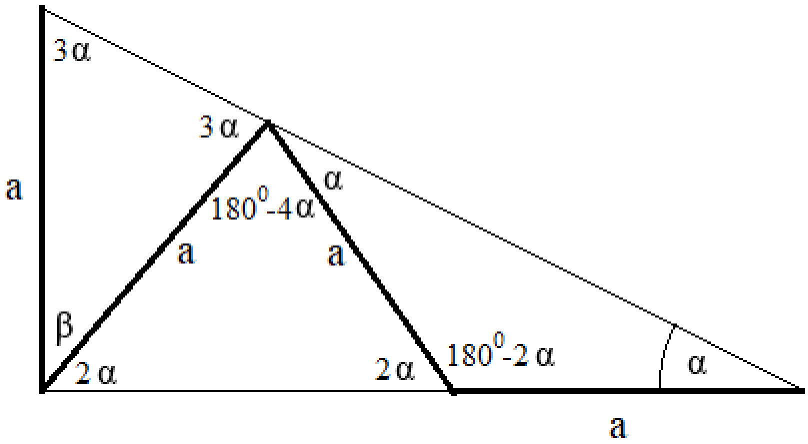
Megoldás:

Rajzoljuk be AZ és BZ szakaszokat. Ekkor BYZ háromszög egyenlőszárú lesz, hiszen YZ = YB. XYZ háromszög szabályos, így szögei 60^0-osak. Így BYZ háromszög szögei 120^0, 30^0, és 30^0.
XZB szög derékszög, így BZC szög is derékszög. BZC háromszög egyenlőszárú és derékszögű, ezért másik két szöge 45^0-os. **Ezért ABC háromszög B-nél lévő szöge 75^0.**

Készítette:
Merényi Imre

AZB szög 120^0, ezért AZC szög $360^0 - 120^0 - 90^0 = 150^0$ marad. Mivel AZC háromszög is egyenlő szárú, ezért másik két szöge 15^0. **Ezért ABC háromszög A-nál lévő szöge 45^0, C-nél lévő szöge 60^0.**

3.) Az ábrán látható derékszögű háromszögben a vastagított vonallal jelölt szakaszok egyenlőek. Mekkora a kérdőjellel megjelölt szög?

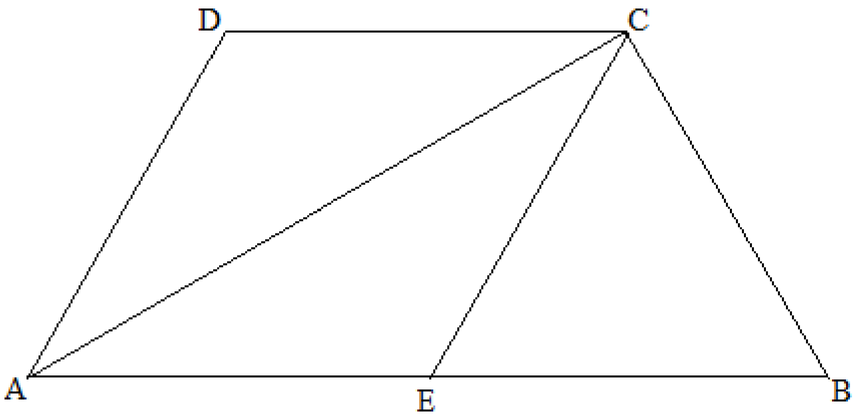


Megoldás:

Jelöljük a megjelölt szöget α - val. Mivel három darab egyenlőszárú háromszög van az ábrán, ezért a szögekre tanult szabály szerint beírhatjuk a szögeket az ábrának megfelelően.
A β - val jelölt szög kétféleképpen is felírható, ezért ebből a következő egyenlet adódik:
$90^0 - 2\alpha = 180^0 - 6\alpha$, ennek megoldása pedig **a megjelölt szög: $\boldsymbol{\alpha = 22,5^0}$.**

4.) Egy szimmetrikus (egyenlő szárú) trapéz hosszabbik alapja kétszerese a rövidebb alapnak. Tudjuk még, hogy a trapéz átlója felezi a trapéz hegyesszögét. Mekkorák a trapéz szögei?

Megoldás:



Mivel AC felezi a szöget, ezért EAC∡ = CED∡. EAC∡ és ACD∡ szögek váltószögek, ezért egyenlők. Így ACD háromszög AC alapon fekvő szögei megegyeznek, tehát egyenlőszárú háromszöget kaptunk. Ezért DC = DA = BC.
Húzzunk párhuzamost AD - vel C-n keresztül, ekkor AECD paralelogrammát kapjuk, ami rombusz, mert AD = DC. Így CE és AE is ugyanakkora, mint DC. Ekkor viszont EBD háromszög minden oldala egyenlő hosszú, így szögei is megegyeznek, azaz 60^0-osak.
A trapéz szögei tehát: 60^0; 120^0; 60^0; 120^0.

Készítette:
Merényi Imre