Boronkay György Műszaki Középiskola és Gimnázium
2600 Vác, Németh László u. 4- 6.
☎: 27- 317 - 077 ☎/fax: 27- 315 - 093
WEB: http://boronkay.vac.hu **e-mail:** boronkay@vac.hu

Levelező Matematika Szakkör *2023/2024. 2. feladatsor*
5.-6. évfolyam

Valószínűségi számítások, játékok

A valóság jelenségeinek vizsgálatánál sokszor találkozunk véletlen eseményekkel. Az események vizsgálata során megpróbálunk megfelelő matematikai modellt találni, amely elég jól közelíti meg a valóságos jelenségeket. Ha a matematikai modelleket megfelelő kísérleti eredményekhez igazítjuk, akkor a kísérletekben szereplő események bekövetkezésének esélye elméletileg megjósolható. A valószínűség-számításban a tapasztalatok alapján megalkotott modelleket használjuk a véletlen események vizsgálatára. Napjainkban a valószínűség-számítás eszközeit a gyakorlati élet számos területén alkalmazzuk, mint például a gazdasági vagy természeti jelenségek előrejelzésében, a szerencsejátékokban vagy a sportfogadásokban.

Mintapéldák

1.) András és Béla szabályos pénzérmével dobnak. A játék szabálya a következő. Először András dob kétszer, és ha mindkét dobása írás, akkor András nyer. Ellenkező esetben Béla kétszer dob és akkor nyer, ha pontosan az egyik dobás eredménye írás. Ha ez sem sikerül, akkor újra András próbálkozik, és akkor nyer, ha egy próbálkozásból írást dob. Ellenkező esetben a játék döntetlennel zárul. Melyik gyereknek van nagyobb nyerési esélye?

Megoldás:

Soroljuk fel és vizsgáljuk meg az összes kimenetelét egy olyan kísérletnek, amelyben egy pénzérmét ötször egymás után feldobunk (vagyis gondolatban „lejátszunk” minden lehetőséget az ötödik dobásig, függetlenül attól, hogy valaki közben már nyert).
Ha az első két dobás írás, akkor a következő három dobás 8-féleképpen alakulhat. Viszont az utolsó három dobás eredményétől függetlenül András nyer, mivel az első két dobás eredménye írás.
Ha az első két dobás közül nem mindkettő írás, akkor Béla az alábbi esetekben nyer:
I F I F I   I F F I I   F I I F I   F I F I I   F F I F I   F F F I I
I F I F F   I F F I F   F I I F F   F I F I F   F F I F F   F F F I F
ezekben az esetekben Béla nyer, mivel a harmadik, illetve negyedik dobásban pontosan az egyik írás. Ez pedig 12 lehetőséget jelent.
I F F F I   F I F F I   F F F F I   I F F I I I   F I I I I   F F I I I
Ebben a 6 esetben András nyer, mivel az ötödik dobás eredménye írás (és addig még egyikük sem nyert).
Tehát kedvező kimenetelek száma az András esetében $8 + 6 = 14$, míg a Béla esetében 12. Ezért Andrásnak van nagyobb nyerési esélye.

Készítette:
Dr. Fülöp Zsolt

2.) András egy szabályos dobókockával háromszor dob és a dobott számokat egymás után írva egy háromjegyű számot kap. Arra tippel, hogy a kapott háromjegyű számban pontosan egy darab 1-es lesz; Balázs pedig arra, hogy az első számjegy legalább 2-vel nagyobb az utolsónál. Melyiküknek van nagyobb esélye arra, hogy a tippje helyes legyen?

Megoldás:

Megvizsgáljuk külön-külön, hogy hány esetben lesz helyes az András, illetve a Béla tippje. Az András tippje akkor helyes, ha valamelyik helyiértéken 1-es számjegy, a másik két helyiértéken pedig ettől különböző számjegy szerepel. Ha az 1-es számjegy a százasok helyén szerepel, akkor a tízesek, illetve az egyesek helyiértékén a 2, 3, 4, 5 vagy 6 számok valamelyike szerepel, ez összesen $1 \cdot 5 \cdot 5 = 25$ lehetőséget jelent. Viszont az 1-es számjegy szerepelhet a tízesek, illetve egyesek helyiértékén is, így összesen $3 \cdot 25 = 75$ lehetőség van. A Balázs tippje esetében az esetek vizsgálatát táblázatba foglaljuk:

százasok	tízesek	egyesek	Esetek száma
6	1, 2, 3, 4, 5, 6	1, 2, 3, 4	$6 \cdot 4 = 24$
5	1, 2, 3, 4, 5, 6	1, 2, 3	$6 \cdot 3 = 18$
4	1, 2, 3, 4, 5, 6	1, 2	$6 \cdot 2 = 12$
3	1, 2, 3, 4, 5, 6	1	$6 \cdot 1 = 6$

Tehát ebben az esetben összes lehetőségek száma $24 + 18 + 12 + 6 = 60$. **Így Andrásnak nagyobb esélye van arra, hogy a tippje helyes legyen.**

3.) András és Béla az első 100 darab pozitív számot egy-egy cetlire írják fel, majd a 100 darab cetlit egy dobozban helyezik el. Utána a dobozból találomra kihúznak két cédulát és ezeket eltávolítják, majd helyettük a két szám összegénél hárommal kisebb számot tartalmazó cédulát helyeznek el a dobozban. Elhatározzák, hogy ezt a műveletet egymás után tízszer végzik el. András arra fogad, hogy végül a dobozban lévő számok összege páros lesz, míg Béla arra, hogy páratlan. Melyikük nyeri a fogadást? Mi történik akkor, ha az említett műveletet 101-szer végzik el?

Megoldás:

Kezdetben a dobozban 50 darab páros számot és 50 darab páratlan számot tartalmazó cédula van. Mivel bármely két darab páratlan szám összege páros, ezért az 50 darab páratlan szám összege is páros (mivel ezeket tetszőlegesen párokba rendezve, bármely két szám összege páros). Az 50 darab páros szám összege is páros, ezért a dobozban szereplő számok összege kezdetben páros lesz. Ha az említett műveletet egyszer végrehajtjuk, akkor a dobozban lévő számok összege 3-mal csökken. **Ezt a műveletet tízszer megismételve** a dobozban lévő számok összege 30-cal csökken. Tehát végül a dobozban lévő számok összege páros marad, így **András nyeri a fogadást. Ha a műveletet 101-szer végzik el**, akkor a dobozban lévő számok összege 303-mal csökken, ezért végül az összeg páratlan lesz. Ebben az esetben **Béla nyeri a fogadást.**

Készítette:
Dr. Fülöp Zsolt

4.) Egy-egy cédulára felírtuk külön-külön az 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 számokat és ezeket egy dobozba tettük. A dobozból behunyt szemmel kihúzunk három cédulát és a rajta lévő számokat összeszorozzuk. Az alábbiak közül melyiknek van a legnagyobb esélye:

A. A szorzat 3-asra végződik.

B. A szorzat 0-ra végződik.

C. A szorzat pozitív páros számra végződik.

Megoldás:

Az A. esemény csak akkor következhet be, ha páratlan számokat szorzunk össze, mivel ellenkező esetben a szorzat párosra végződik. Ha a kihúzott páratlan számok között szerepel az 5-ös, akkor a szorzat ötösre végződik. Az 1, 3 és 7 számok szorzata pedig $1 \cdot 3 \cdot 7 = 21$, amely nem 3-asra végződik. Így az A. esemény egyik esetben sem következik be.

A B. esemény akkor következik be, ha a kihúzott számok között az 5-ös és legalább egy páros szám szerepel. Három olyan eset van, amikor az 5-ös két darab páros számmal együtt szerepel a szorzatban. Kilenc olyan eset van, amelyben az 5-ös mellett egy páros és egy páratlan szám szerepel. Tehát a B. esemény összesen 12 esetben következik be.

A C. esemény a következő esetekben következik be. Ha a szorzatban három páros szám van, ez egy lehetőséget jelent. Ha a szorzatban két páros szám (ezt háromféleképpen választhatjuk ki) és egy 5-östől különböző páratlan szám van (ezt is háromféleképpen választhatjuk ki), ebben az esetben $3 \cdot 3 = 9$ lehetőség van. Ha a szorzatban egy páros szám és két 5-östől különböző páratlan szám van, ebben az esetben is $3 \cdot 3 = 9$ lehetőség van. Tehát a C. esemény összesen $1 + 9 + 9 = 19$ esetben következik be.

A fentiekből következik, hogy a C. eseménynek a legnagyobb a bekövetkezési esélye.

Gyakorló feladatok

1.) Csaba és Dénes egy szabályos dobókockával háromszor dobnak és a dobott számokat egymás után leírva egy háromjegyű számot kapnak. A játékszabályt következőképpen állapítják meg: Csaba akkor nyer, ha a kapott háromjegyű számban a 6-os számjegy legalább egyszer szerepel, Dénes pedig akkor, ha a kapott számban a számjegyek különböznek. Amennyiben mindkét feltétel teljesül, akkor döntetlen lesz. Melyiküknek van nagyobb nyerési esélye?

2.) Egy dobozban öt különböző hosszúságú hurkapálca van, ezek hosszúsága 1, 3, 5, 7, 9. A dobozból csak a hurkapálcák vége lóg ki, így teljesen véletlenszerűen ki lehet húzni három hurkapálcát. András azt állítja, hogy nagyobb az esélye annak, hogy a három kihúzott hurkapálcából háromszög készíthető, mint annak, hogy nem. Igaza van-e Andrásnak?

3.) Négy sorsjegy között egy nyerő van. Négy tanuló egymás után fog húzni egy-egy sorsjegyet. Igaz-e, hogy az elsőnek nagyobb az esélye, mint a negyediknek?

4.) Egy pénzérmével egymás után hatszor dobunk. Tekintsük a következő eseményeket:

A. Tetszőleges sorrendben négy írást és két fejet dobunk.

B. Tetszőleges sorrendben három írást és három fejet dobunk.

Melyik eseménynek nagyobb a bekövetkezési esélye?

Készítette:
Dr. Fülöp Zsolt

Kitűzött feladatok

1.) András és Béla egy pénzérmével négyszer dobnak, majd feljegyzik a dobások eredményét. A dobások elvégzése előtt a következőket állítják.
András: *Két fej és két írás lesz.*
Béla: *Három fej és egy írás lesz.*
Melyiküknek van nagyobb esélye arra, hogy a tippje helyes legyen?

2.) Három dobókockával dobunk és a következő eseményeket vizsgáljuk:
A. A dobott számok összege legalább 15 legyen.
B. A dobott számok szorzata legfeljebb 5 legyen.
Melyik eseménynek nagyobb a bekövetkezési esélye?

3.) András és Béla elkészítik a következő 3x3-as négyzethálót:

2	5	4
8	9	2
6	7	9

Azután a következő műveletet hajtják végre: az egyik négyzetben lévő számhoz hozzáadnak hármat, míg egy másik négyzetben lévő számból kivonnak egyet. András azt állítja, hogy ezt a műveletet valahányszor megismételve elérhető, hogy a négyzetháló négy sarkában páros számok, míg a többi négyzetben páratlan számok szerepeljenek. Béla pedig azt állítja, hogy ez nem lehetséges. Melyiküknek van igaza?

4.) András, Béla és Csaba egy-egy cédulára felírták külön-külön az 0, 1, 3, 4, 5, 8 számokat, és ezt az öt cédulát egy dobozba tették. A dobozból sorban, véletlenszerűen kihúzva öt cédulát, ezeket balról jobbra helyezik. Mielőtt ezt megtennék, a következőket állítják.
András: *A kapott szám 3-mal osztható lesz.*
Béla: *A kapott szám páros lesz.*
Csaba: *A szám pozitív páros számra végződik.*
Állítsuk a tippeket a bekövetkezési esélyeik szerint növekvő sorrendbe!

Beküldési határidő: **2023.12.18.**
Postai cím: Észak-Pest Megyei Matematikai Tehetségfejlesztő Központ
2600 Vác, Németh L. u. 4-6.

Készítette:
Dr. Fülöp Zsolt

Boronkay György Műszaki Középiskola és Gimnázium∅
2600 Vác, Németh László u. 4- 6.
☎: 27- 317 - 077 ☎/fax: 27- 315 - 093
WEB: http://boronkay.vac.hu **e-mail:** boronkay@vac.hu

EN ISO 9001 : 2000

Levelező Matematika Szakkör — *2023/2024.2. feladatsor*
7.-8. évfolyam

VALÓSZÍNŰSÉGSZÁMÍTÁS

A világban való vizsgálódásunk során alapvetően kétféle jelenséggel találkozhatunk. Az egyik az, amikor előre meg tudjuk mondani, hogy mi fog történni. Például, ha egy alma leszakad az ágról, és nincs a környéken pad, bokor stb., akkor leesik a földre. Azt, hogy leesik, „eseménynek" nevezzük. Másik esemény például, hogy az alma nem esik le. (Ez ebben az esetben az „esemény" nem következik be.) Az ilyen jelenségeket nevezzük determinisztikus jelenségnek.

A másik fajta jelenség például a lottóhúzás. Nem tudjuk előre megmondani, hogy a sok esemény közül melyik fog bekövetkezni. Melyik lesz az az öt szám, amit ki fognak húzni. (Persze ha pontosan tudnánk, a golyók hogyan helyezkednek el az urnában, és a forgás hatására hogy mozognak, és még sok mindent tudnánk, akkor meg tudnánk mondani, hogy mik lesznek a kihúzott számok.)

A lényeg az, hogy ha nem ismerjük eléggé a körülményeket, a feltételeket, akkor nem tudjuk előre megmondani, mi fog történni. Az ilyen jelenségeket hívjuk véletlen jelenségeknek.

Vannak olyan jelenségek, amiket sokszor meg tudunk figyelni. Ilyen például a lottóhúzás. Egy ilyen megfigyelést szoktak „kísérletnek" is nevezni.
Egy kísérlet kimenetelére különböző állításokat fogalmazhatunk meg. Ha az állítás igaz vagy hamis volta csak a kísérlet kimenetelétől függ, akkor az állítást eseménynek nevezzük. Jelölése általában nagybetűvel történik. Ilyenek például a lottóhúzásra vonatkozó állítások:

- Legyen az A esemény: „A kihúzott számok között van páratlan."
- Legyen a B esemény: „A kihúzott számok között szerepel a 2."
- Legyen a C esemény: „A kihúzott számok között pontosan egy páratlan van."
- Legyen a D esemény: „A kihúzott számok között pontosan két páratlan van."
- Legyen az E esemény: „A kihúzott számok között pontosan három páratlan van."
- Legyen az F esemény: „A kihúzott számok között pontosan négy páratlan van."

Események összegén azt az eseményt értjük, ami pontosan akkor következik be, ha az események közül legalább az egyik bekövetkezik. Jelölése: +.
Ha egy esemény előáll legalább két másik esemény összegeként, akkor összetett eseménynek nevezzük. Ha nem, akkor elemi eseménynek.
Sokszor találkozunk olyan kísérletekkel, amelyekben az elemi események száma véges és esélyük (valószínűségük) megegyezik - ekkor klasszikus valószínűségi problémáról beszélünk. Ekkor, ha B egy tetszőleges esemény:

A feladatsort összeállította:
Merényi Imre

$$P(B) = \frac{kedvező\ elemi\ események\ száma}{összes\ elemi\ esemény\ száma}$$

,ahol kedvező elemi esemény az, ami esetén a *B* esemény bekövetkezik (végül is az összes olyan elemi esemény, amit *B* „tartalmaz"); P(B) pedig B valószínűségét jelöli.

Egy konkrét kísérlet összes lehetséges eseményeihez tartozik egy-egy számérték, amit az illető esemény valószínűségének nevezünk, és amelyre a következő axiómák teljesülnek:
I. axióma: Minden *A* eseményre $0 \leq P(A) \leq 1$
II. axióma: P(biztos esemény) = 1, $P(\emptyset) = 0$
III. axióma: Ha $AB = \emptyset$, akkor $P(A+B) = P(A) + P(B)$

Például: Egy érmét kétszer feldobva a következő 3 esemény következhet be:
- mindkétszer írás;
- mindkétszer fej;
- egyszer fej, egyszer írás.

Ha most keressük annak a valószínűségét, hogy pontosan egy írás van a két dobás között, akkor az eredmény lehetne: P(írások száma = 1) = 1/3.

De itt valójában nem erről van szó, hiszen az utolsó eset 2 db elemi eseményt takar:
- elsőre fej, másodikra írás;
- elsőre írás, másodikra fej.

Így helyesen a valószínűség: P(írások száma = 1) = 2/4 = 1/2.

Láthatjuk, hogy figyelni kell, mikor az eseményeket lebontjuk elemi eseményekre; és azt is meg kell nézni, hogy egyenlő esélyűek-e, azaz, hogy számolhatunk-e a klasszikus valószínűségi problémára vonatkozó képlettel.

Ha egy kísérletet *n*-szer elvégzünk, és egy bizonyos esemény ennek során *k*-szor következik be, akkor a *k* számot az esemény gyakoriságának, a *k*/*n* számot pedig a relatív gyakoriságának nevezzük. Megfigyelhetjük, hogy ha egy eseményre vonatkozóan egy kísérletet sokszor elvégzünk, akkor a relatív gyakoriság (egy idő után) az esemény valószínűsége körül fog ingadozni.

Mintapéldák

1.) Egy szabályos dobókockával egyszer dobunk. Milyen esemény valószínűsége lehet az 1/2 , a 2/3 , illetve az 1/3 érték?

Megoldás:

***P* (a dobott szám prím) = 1/2**
***P* (a dobott szám 3-mal nem osztható = 2/3**
***P* (a dobott szám 3-mal osztható) = 1/3**

2.) Fanni a zsebében lévő két szem citromos és két szem málnás cukorkából kivesz kettőt. Mekkora a valószínűsége annak, hogy különböző ízűek?

<u>*Megoldás*</u>:

A négy cukorkából kettőt $\frac{4\cdot 3}{2} = 6$ módon lehet kiválasztani. Ezekből nekünk két eset nem felel meg: ha a két citromosat, vagy a két málnásat választja. Ezek valószínűsége: $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

A többi négy esetben különböző a két cukor íze. **Ennek a valószínűsége:** $\mathbf{\frac{4}{6} = \frac{2}{3}}$

(Ezt így is megkaphattuk volna: $1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$)

3.) Két tálban 10-10 darab alma van, mindegyikben egy sárga, a többi piros. Bekötött szemmel választunk egy-egy almát mindkét tálból.

a) Mekkora annak a valószínűsége, hogy mindkettőből a sárgát vesszük ki?
b) Mekkora annak a valószínűsége, hogy egy sárgát és egy pirosat vesszük ki?
c) Mekkora annak a valószínűsége, hogy legalább az egyik kiválasztott alma piros lesz?

<u>*Megoldás*</u>:

a) Annak a valószínűsége, hogy az egyik tálból a sárga almát választjuk 0,1. A két tálból egymástól függetlenül választunk, ezért annak a valószínűsége, hogy mindkét tálból a sárgát vesszük ki 0,1 × 0,1 = **0,01.**

b) Annak a valószínűsége, hogy az egyik tálból a sárga almát választjuk 0,1; annak, hogy a pirosat 0,9. A sárga almát vagy az első, vagy a második tálból választhatjuk, ezért a két különböző színű alma választásának valószínűsége: 0,1 × 0,9 + 0,9 × 0,1 = 2 × 0,1 × 0,9 = **0,18.**

c) Ha legalább az egyik alma piros, akkor vagy az egyik piros és a másik sárga, vagy mindkettő piros. Annak a valószínűsége, hogy az egyik választott alma piros, a másik pedig sárga a b) feladat szerint 0,18. Annak a valószínűsége, hogy mindkét választott alma piros 0,9 × 0,9 = 0,81. Így annak a valószínűsége, hogy legalább az egyik választott alma piros: 0,18 + 0,81 = 0,99. (Ugyanerre az eredményre jutunk, ha azt mondjuk, hogy akkor nem lenne egy piros alma sem, ha mind a kétszer sárgát választunk. Tehát *P*(legalább az egyik piros)= 1 - *P*(mindkettő sárga) = 1 - 0,01 = **0,99**.

4.) Két dobókockával dobunk egyszerre és összeadjuk a dobott számokat. Tomi arra fogad, hogy az összeg 6 lesz, Laci arra, hogy az összeg 7 lesz, Feri pedig arra, hogy az összeg 8 lesz. Melyiküknek van nagyobb esélye a nyerésre?

<u>*Megoldás*</u>:

Két kockával egyszerre dobva 6×6 = 36 a lehetséges esetek száma. Ebből a 36-ból kell kiválasztanunk azokat, amelyeknél a dobott számok összege 6, vagy 7, vagy 8.
Az 1; 2; 3; 4; 5; 6 számokból a 6 is, a 7 is és a 8 is háromféle módon állítható elő két szám összegeként:

6 = 1+5	7 = 1+6	8 = 2+6
6 = 2+4	7 = 2+5	8 = 3+5
6 = 3+3	7 = 3+4	8 = 4+4

Jelöljük meg az egyik dobókockát!
Amikor a két összeadandó azonos, akkor a jelöletlen és a jelölt kockán is ugyanaz a szám áll, vagyis ez az eset egyféleképpen jöhet létre.
Amikor a két összeadandó különböző, akkor két lehetőség van: a jelölt kockán van az első összeadandó és a jelöletlenen a második, vagy fordítva.
Így a hat 2 + 2 + 1 = 5, a hét 2 + 2 + 2 = 6, a nyolc 2 + 2 + 1 = 5 esetben jöhet létre a 36 lehetséges esetből. Ezért a tippelt összegek valószínűsége:

$P(6) = \frac{5}{36}$ $\qquad$ $P(7) = \frac{6}{36}$ $\qquad$ $P(8) = \frac{5}{36}$

Tehát Laci a legesélyesebb a nyerésre, Tomi és Feri esélye egyforma. (Egy dobókocka szemközti lapjain mindig 7 a számok összege. Tehát, ha 1 áll fölül, akkor 6 alul; ha 5 fölül, akkor 2 alul. Így az 1 + 5 összegnek megfeleltethető egy 2 + 6 összeg. Ugyanígy bármelyik 6-os összegnek megfeleltethető egy 8-as összeg; így látható, hogy ugyanannyiféleképpen lesz az összeg 6, mint 8.)

Gyakorló feladatok

1) Két dobókockával dobunk. Mennyi a valószínűsége annak, hogy a dobott számok
   a) szorzata 12,
   b) szorzata prímszám?

2) Két dobókockával dobunk. Adjunk meg olyan elemi eseményeket, amelyek valószínűsége:
   a) $\frac{1}{18}$ $\qquad$ b) $\frac{1}{12}$ $\qquad$ c) $\frac{2}{9}$ $\qquad$ d) 1

3) Egy fiókban van hat pár kesztyű.
   a) Csukott szemmel kiveszünk belőle két darabot. Mekkora a valószínűsége annak, hogy két jobbkezes kesztyűt választunk?
   b) A hat pár kesztyűből kivettünk két darab jobbkezest, majd a maradékból megint húzunk két darabot csukott szemmel. Mekkora a valószínűsége annak, hogy két balkezest választunk?

4) Öt dobókockával dobunk egyszerre. Mekkora annak a valószínűsége, hogy három kockán lesz páros szám, kettőn pedig páratlan?

A feladatsort összeállította:
Merényi Imre

Kitűzött feladatok

1.) Feldobunk először egy 20 forintost és egy 50 forintost egyszerre, majd két 10 forintost. Mennyi az egyes esetekben a valószínűsége annak, hogy mindkettő érmén fej lesz, mindkettőn írás lesz, illetve az egyiken fej, a másikon írás lesz?

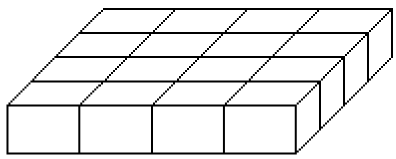
2.) Karesz pénztárcájában 5 db 20 Ft-os van. Édesanyja betett a húszasok mellé néhány 10 Ft-ost is. Hány db tízest kapott Karesz, ha ezek után a pénztárcájából találomra kiválasztott érme 0,8 valószínűséggel 10 Ft-os?

3.) Vettünk öt darab egyforma Blend-a-med Complete és egy Blend-a-med Soda Bicarbonate fogkrémet. A szatyorban kicsúsztak a dobozukból. Hazaérve találomra beletettünk mindegyik dobozba egy-egy tubus fogkrémet.

   a) Mekkora a valószínűsége annak, hogy mindegyik dobozban a feliratnak megfelelő fogkrém van?
   b) Mekkora a valószínűsége annak, hogy pontosan öt dobozban van a feliratnak megfelelő fogkrém?
   c) Mekkora a valószínűsége annak, hogy pontosan négy dobozban van a feliratnak megfelelő fogkrém?

4.) Egy téglalap alakú tepsiben sütött nagymama sütit, és amikor tálcára tette, a tetejét és az oldalát bevonta csokikrémmel. Tálaláskor hat vágással (ahogyan a rajz mutatja) tizenhat szeletre vágta. Kiválasztunk belőle találomra egy kockát. Mekkora a valószínűsége annak, hogy:

   a) csak egy oldala lesz csokis?
   b) ugyanannyi oldala lesz csokis, mint amennyi nem?



Beküldési határidő: **2023.12.18.**
Postai cím: Észak-Pest Megyei **Matematikai** Tehetségfejlesztő Központ
2600 Vác, Németh L. u. 4-6.

A feladatsort összeállította:
Merényi Imre