Boronkay György Műszaki Középiskola és Gimnázium
2600 Vác, Németh László u. 4- 6.
☎: 27- 317 - 077 ☎/fax: 27- 315 - 093
WEB: http://boronkay.vac.hu **e-mail:** boronkay@vac.hu

Levelező Matematika Szakkör ***2023/2024. 2. feladatsor***
5.-6. évfolyam

MEGOLDÁSOK

1.) András és Béla egy pénzérmével négyszer dobnak, majd feljegyzik a dobások eredményét. A dobások elvégzése előtt a következőket állítják.
András: *Két fej és két írás lesz.*
Béla: *Három fej és egy írás lesz.*
Melyiküknek van nagyobb esélye arra, hogy a tippje helyes legyen?

Megoldás:

A következő 16 féle eredmény jöhet ki:

FFFF	FFFI	FFIF	FIFF	IFFF	FFII	FIFI	IFFI
FIIF	IFIF	IIFF	FIII	IFII	IIFI	IIIF	IIII

Ebből 6 Andrásnak, 4 Bélának kedvez. **Ezért Andrásnak van nagyobb esélye.**

2.) Három dobókockával dobunk és a következő eseményeket vizsgáljuk:
   A. A dobott számok összege legalább 15 legyen.
   B. A dobott számok szorzata legfeljebb 5 legyen.
Melyik eseménynek nagyobb a bekövetkezési esélye?

Megoldás:

A két eseményhez bekövetkezéséhez kedvező események, és azok összes lehetősége:

A esemény	
Számok a dobókockákon	Hányféleképpen jöhet ki
666	1
566	3
466	3
366	3
556	3
456	6
555	1
	20

B esemény	
Számok a dobókockákon	Hányféleképpen jöhet ki
111	1
112	3
113	3
114	3
115	3
122	3
	16

Tehát az A esemény bekövetkezésének nagyobb az esélye.

Készítette:
Dr. Fülöp Zsolt

3.) András és Béla elkészítik a következő 3x3-as négyzethálót:

2	5	4
8	9	2
6	7	9

Azután a következő műveletet hajtják végre: az egyik négyzetben lévő számhoz hozzáadnak hármat, míg egy másik négyzetben lévő számból kivonnak egyet. András azt állítja, hogy ezt a műveletet valahányszor megismételve elérhető, hogy a négyzetháló négy sarkában páros számok, míg a többi négyzetben páratlan számok szerepeljenek. Béla pedig azt állítja, hogy ez nem lehetséges. Melyiküknek van igaza?

Megoldás:

Az eredeti elrendezésben 5 db páros és 4 db páratlan szám szerepel. Egy művelet elvégzésekor mindig két mező paritását változtatjuk meg. Ez háromféle eset vizsgálatát követeli meg.

- Ha mindkettő páros volt. Ekkor mindkettő páratlan lesz, tehát a páros cellák száma kettővel csökken.
- Ha mindkettő páratlan volt. Ekkor mindkettő páros lesz, tehát a páros cellák száma kettővel nő.
- Az egyik páros, a másik páratlan volt. Ekkor a paritásuk megcserélődik, így a páros cellák száma nem változik meg.

Így a kezdetben páratlan db páros cella száma mindig páratlan marad.
A végállapotban azt szeretnénk elérni, hogy 4 db páros cella legyen, ami nem lehetséges.
Tehát Bélának van igaza.

4.) András, Béla és Csaba egy-egy cédulára felírták külön-külön az 0, 1, 3, 4, 5, 8 számokat, és ezt az öt cédulát egy dobozba tették. A dobozból sorban, véletlenszerűen kihúzva öt cédulát, ezeket balról jobbra helyezik. Mielőtt ezt megtennék, a következőket állítják.

András: *A kapott szám 3-mal osztható lesz.*
Béla: *A kapott szám páros lesz.*
Csaba: *A szám pozitív páros számra végződik.*

Állítsuk a tippeket a bekövetkezési esélyeik szerint növekvő sorrendbe!

Megoldás:

Sajnos a feladat kitűzésébe hiba csúszott, a szövegben szereplő „és ezt az öt cédulát a dobozba tették” helyett az „és ezt a hat cédulát a dobozba tették” megfogalmazás lett volna a helyes. Mivel így a feladat félreértelmezhető lett, ezért úgy döntöttünk, hogy a feladat bármilyen logikus megközelítését elfogadjuk és az ezek alapján végzett helyes számítások esetén maximum pontot adunk. Az okozott kellemetlenségért szíves elnézésüket kérjük!

Készítette:
Dr. Fülöp Zsolt

Boronkay György Műszaki Középiskola és Gimnázium
2600 Vác, Németh László u. 4- 6.
☎: 27- 317 - 077 ☎/fax: 27- 315 - 093
WEB: http://boronkay.vac.hu **e-mail:** boronkay@vac.hu

MEGOLDÁSOK

1.) Feldobunk először egy 20 forintost és egy 50 forintost egyszerre, majd két 10 forintost. Mennyi az egyes esetekben a valószínűsége annak, hogy mindkettő érmén fej lesz, mindkettőn írás lesz, illetve az egyiken fej, a másikon írás lesz?

Megoldás:

Mindkét esetben 4 féle elemi esemény következhet be: FF; FI; IF; II.
Így a keresett valószínűségek: $P(két\ fej) = \frac{1}{4}$; $P(két\ írás) = \frac{1}{4}$; $P(egy\ fej\ és\ egy\ írás) = \frac{2}{4}$

2.) Karesz pénztárcájában 5 db 20 Ft-os van. Édesanyja betett a húszasok mellé néhány 10 Ft-ost is. Hány db tízest kapott Karesz, ha ezek után a pénztárcájából találomra kiválasztott érme 0,8 valószínűséggel 10 Ft-os?

Megoldás:

Mivel 0,8 a 10 Ft-os választásának a valószínűsége, ezért 0,2 a 20 Ft-os választásáé. Ez negyedrésze az előzőnek, így 4-szer annyi 10 Ft-osnak kell lennie. **Tehát a 10 Ft-osok száma 20 db.** $P(10\ Ft - ost\ húzunk) = \frac{20}{25} = 0{,}8$.

3.) Vettünk öt darab egyforma Blend-a-med Complete és egy Blend-a-med Soda Bicarbonate fogkrémet. A szatyorban kicsúsztak a dobozukból. Hazaérve találomra beletettünk mindegyik dobozba egy-egy tubus fogkrémet.

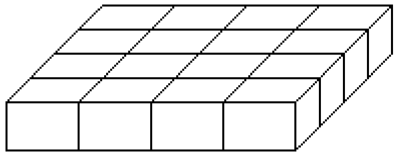
a) Mekkora a valószínűsége annak, hogy mindegyik dobozban a feliratnak megfelelő fogkrém van?
b) Mekkora a valószínűsége annak, hogy pontosan öt dobozban van a feliratnak megfelelő fogkrém?
c) Mekkora a valószínűsége annak, hogy pontosan négy dobozban van a feliratnak megfelelő fogkrém?

Megoldás:

a) Ha a Blend-a-med Soda Bicarbonate fogkrémet a saját dobozába tesszük, akkor a többi is jó feliratú dobozba kerül. **Ennek a valószínűsége:** $\frac{1}{6}$
b) Ez az esemény nem következhet be, mert akkor a 6. is jó helyre kerülne. **Így a valószínűség: 0.**
c) Ez az esemény éppen mindig akkor következik be, amikor nem mindegyik lesz a neki megfelelő felirat alatt, **így ennek a valószínűsége:** $\mathbf{1 - \frac{1}{6} = \frac{5}{6}}$

Készítette:
Merényi Imre

4.) Egy téglalap alakú tepsiben sütött nagymama sütit, és amikor tálcára tette, a tetejét és az oldalát bevonta csokikrémmel. Tálaláskor hat vágással (ahogyan a rajz mutatja) tizenhat szeletre vágta. Kiválasztunk belőle találomra egy kockát. Mekkora a valószínűsége annak, hogy:



a) csak egy oldala lesz csokis?

b) ugyanannyi oldala lesz csokis, mint amennyi nem?

Megoldás:

a) 4 ilyen kocka van a 16-ból, **így ennek a valószínűsége:** $\frac{4}{16}$

b) Ez a sarokkockákra igaz, **így ennek a valószínűsége is:** $\frac{4}{16}$

Készítette:
Merényi Imre