**Boronkay György Műszaki Középiskola és Gimnázium**
*2600 Vác, Németh László u. 4- 6.*
☎: 27- 317 - 077 ☎/fax: 27- 315 - 093
WEB: http://boronkay.vac.hu e-mail: boronkay@vac.hu

EN ISO 9001 : 2000

***Levelező Matematika Szakkör*** **2022/2023. 2. feladatsor**
**5.-6. évfolyam**

# MEGOLDÁSOK

1.) Írjunk műveleti jeleket, illetve zárójeleket a számok közé úgy, hogy a lehető legkisebb pozitív egész számot kapjuk:

1 2 3 4 5 6 7 8 9 =

*Megoldás*:

Keressünk olyan megoldást, amelynek esetében a műveletsor eredménye a legkisebb pozitív számmal, vagyis 1-gyel egyenlő. Ekkor ez lesz a helyes megoldás. Egy ilyen lehetséges megoldás a következő.

$$[(\mathbf{1}+\mathbf{2})\cdot\mathbf{3}:(\mathbf{4}+\mathbf{5})]\cdot[\mathbf{6}:(\mathbf{7}+\mathbf{8}-\mathbf{9})]=\mathbf{1}$$

2.) Az 1000-nél kisebb természetes számok között hány olyan van, amelynek a 4-gyel, 5-tel és 6-tal való osztási maradéka 3?

*Megoldás*:

A 0 osztható 4-gyel, 5-tel és 6-tal is, ezért a nála 3-mal nagyobb számnak, vagyis a 3-nak a 4-gyel, 5-tel és 6-tal **való** osztási maradéka 3. Utána keressük a legkisebb olyan pozitív egész számot, amely 4-gyel, 5-tel és 6-tal is osztható, ez pedig a 60. Ehhez 3-at adva megkapjuk azt a legkisebb pozitív számot, amelynek a 4-gyel, 5-tel és 6-tal való osztási maradéka 3, ez pedig a 63. A többi ilyen számot is hasonló eljárással kapjuk, vagyis keressük a 60 többszöröseit. Az 1000-nél kisebb pozitív egész számok között $1000:60=16$ olyan szám van, amely 60-nak többszöröse. Ezekhez tudunk rendelni 16 olyan számot, amelynek 4-gyel, 5-tel és 6-tal való osztási maradéka 3. Ha ezekhez még a 3-as számot is beszámítjuk, akkor **17 olyan 1000-nél kisebb természetes szám van, amelynek a 4-gyel, 5-tel és 6-tal való osztási maradéka 3.**

Készítette:
Dr. Fülöp Zsolt

3.) Hány olyan legfeljebb négyjegyű pozitív egész szám van, amely 15-tel osztható és a számjegyeinek összege 15?

_Megoldás_:

A 15-tel osztható számok azok, amelyek 5-tel és 3-mal is oszthatóak. A 3-mal való oszthatóság mindig teljesül, így elég csak az 5-tel való oszthatóságot vizsgálni.
Mivel az 5-tel osztható számok 5-re vagy 0-ra végződnek, ezért a kétjegyű számok között nem találunk olyant, amelyik 15-tel osztható és a számjegyeinek összege 15 lenne.
A háromjegyű számokat úgy képezzük, hogy elkészítjük a számjegyek kéttagú összeadó táblázatát. Ebből leolvasható, hogy 4, illetve 9 olyan kétjegyű szám képezhető, amelyekben a számjegyek összege 15, illetve 10. Ezeknek a végére 0-t, illetve 5-öt írunk, így a következő számokat kapjuk: 690; 960; 780; 870; 195; 915; 285; 825; 375; 735; 465; 645; 555.
A 0-ra végződő négyjegyű természetes számok esetében, ha a szám 1-gyel kezdődik, akkor a következő két számjegy összege 14, ha 2-vel, akkor 13 és így tovább, ha 9-cel, akkor 6. Az összeadótábla segítségével megállapítható, hogy az ilyen számok összege:
$5+6+7+8+9+10+9+8+7=69$.
A feltételnek megfelelő 5-re végződő számok esetében, hasonló módon eljárva, összesen
$10+9+8+7+6+5+4+3+2=54$ ilyen számot kapunk.
**Tehát összesen $\mathbf{13+69+54=136}$ olyan legfeljebb négyjegyű pozitív egész szám van, amely 15-tel osztható és a számjegyeinek összege 15.**

4.) Bontsuk fel a 140-et két összeadandóra úgy, hogy ha az első összeadandót 8-cal osztjuk, akkor a hányados ugyanaz, mint mikor a második összeadandót osztjuk 12-vel.

_Megoldás_:

Tekintsük a feladatban szereplő hányadost egy egységnek. Így az első összeadandó 8 egység, míg a második összeadandó 12 egység. Tehát egy egység, vagyis az osztások hányadosa, $140:(8+12)=7$. **Tehát az első szám $\mathbf{8\cdot 7=56}$, míg a második szám $\mathbf{12\cdot 7=84}$.**

Készítette:
Dr. Fülöp Zsolt

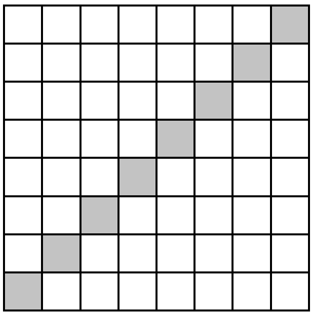
*Levelező Matematika Szakkör* **2022/2023. 2. feladatsor**
***7.-8. évfolyam***

# MEGOLDÁSOK

1.) Egy 8x8-as sakktábla bal alsó sarkából indul egy bábu. Két játékos felváltva lépteti vagy vízszintesen jobbra néhány mezőt, vagy felfelé valamennyi mezőt. Az a játékos nyer, aki a jobb felső sarokba lép. Melyik játékosnak van nyerő stratégiája?

Megoldás:

A bal alsó sarokból induló átlót satíroztuk be. Az első játékos elsőre csak fehér mezőre tud lépni. A második játékosnak mindig lehetősége van egy satírozott mezőre lépnie. **Így a második játékos tudja elérni a jobb felső sarkot, ha ezzel a stratégiával játszik.**



2.) Az asztalon 40 db gyufaszál van, s ketten felváltva vesznek 2, 3, 4 vagy 5 szálat. Az a játékos veszít, aki utolsóként vesz. Melyik játékosnak van nyerő stratégiája?

Megoldás:

Ismét gondolkodjunk „visszafelé” (rákmódszer), keressük meg a nyerő helyeket! Aki 2 szál gyufát hagy az asztalon, az nyer, hiszen ellenfelének el kell vennie ezt a kettőt, így veszít. Mivel egymás elvételeit mindig ki lehet egészíteni 7 gyufára, ezért a 2-től számítva a 7-tel növelt számok lesznek a nyerő helyek, tehát: 2; 9; 16; 23; 30; 37. **Ha tehát az első játékos elvesz 3 gyufát, akkor ezután mindig ki fogja tudni alakítani a nyerő helyeket, így ő nyer.**

Készítette:
Merényi Imre

3.) Egy dobozban 103 darab kavics van. Péter és Pál felváltva vesznek ki a dobozból legalább egy, de legfeljebb 10 kavicsot. Amikor a doboz kiürült, mindketten megszámolják, hogy összesen hány kavicsot vettek ki külön-külön. Ha ez a két szám relatív prím, akkor Péter nyert. A játékot kezdő Péter tud-e úgy játszani, hogy biztosan ő nyerjen?

*Megoldás*:

Ha a végén Péternél és Pálnál lévő kavicsok száma nem lenne relatív prím, akkor lenne közös osztójuk. Ekkor azonban a két szám összege is osztható lenne ezzel a számmal. Ebből az következne, hogy a 103-nak lenne 1-nél nagyobb és 103-nál kisebb osztója. Tudjuk azonban, hogy a 103 prím, így nincs ilyen osztója. Ebből adódik, hogy a kavicsok száma mindig relatív prím lesz. **Tehát Péter mindig nyer, bárhogyan játszik is.**

4.) Ketten a következő játékot játsszák. A 4, 5, 6, 7, 8 számok közül felváltva mondanak egy-egy tetszés szerint választott számot, s mindig kiszámolják az addig mondott számok szorzatát. A játékot az nyeri, akinél ez a szorzat túllépi a 2000-et. Melyik játékosnak van nyerő stratégiája?

*Megoldás*:

A játék 4 vagy 5 vagy 6 lépés után befejeződik, hiszen ha mindig a legkisebb számot mondják, akkor $4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 = 4096$, ha pedig mindig a legnagyobbat, akkor $8 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 8 = 4096$. Az első játékos akkor nyerhet, ha a 5 lépés után fejeződik be a játék, hiszen ő az 1. 3. és 5. számot mondja. Ha a stratégiája az, hogy kétszer 4-et mond, utoljára pedig 8-at, akkor biztosan nyerni fog. Ugyanis a 4 lépés utána a legkisebb szám a $4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 = 256$, aminek a 8-szorosa több mint 2000, a legnagyobb pedig a $4 \cdot 8 \cdot 4 \cdot 8 = 1024$, így a 8-szorosa szintén több lesz, mint 2000. (Természetesen utoljára akár kisebb számot is mondhat.) **Így az első játékosnak van nyerő stratégiája.**

Készítette:
Merényi Imre