Boronkay György Műszaki Középiskola és Gimnázium
2600 Vác, Németh László u. 4- 6.
☎: 27- 317 - 077 ☎/fax: 27- 315 - 093
WEB: http://boronkay.vac.hu **e-mail:** boronkay@vac.hu

EN ISO 9001 : 2000

Levelező Matematika Szakkör ***2021/2022. 2. feladatsor***
5.-6. évfolyam

MEGOLDÁSOK

1.) Elemér Bélának össze kellett adnia az összes olyan kétjegyű számot, amely osztható 5-tel. Az egyik számot tévedésből háromszor számította be, így az 1035 összeget kapta. Melyik számot számította be háromszor?

Megoldás:

18 darab öttel osztható kétjegyű szám van, ezek összege $(10+95)\cdot 9=945$. Az összeg kiszámításánál figyelembe vettük, hogy az összeg tagjait párokba rendezve:

$$10+95=15+90=20+85=\cdots=40+65=45+60=50+55$$

Minden egyes pár összege $10+95=105$ -tel egyenlő és kilenc ilyen pár van. A Béla által kapott összeg $1035-945=90$ -nel nagyobb a valódi összegnél. **Ezért a $\mathbf{90:2=45}$ számot számította be háromszor.**

2.) Előbb a 100-at, majd a 90-et elosztottuk ugyanazzal az általunk gondolt számmal. Az első esetben az osztás maradéka 4, a második esetben pedig 18 lett. Mi lehetett a gondolt szám?

Megoldás:

Mivel az osztás maradéka 100 esetében 4, illetve 90 esetében 18, ezért a gondolt szám osztója $100-4=96$-nak és $90-18=72$-nek is. Viszont az osztási maradék 90 esetében 18, ezért a két szám közös osztói közül csak a 18-nál nagyobbat vehetjük. **Így a gondolt szám csak a 24 lehet.**

3.) Egy téglalap területe 144 cm^2, oldalai cm-ben mérve egész számok. Hány ilyen téglalap van és mekkorák ezeknek az oldalai? Melyik téglalapnak legkisebb a kerülete?

Megoldás:

Mivel a téglalap területe 144 cm^2, és oldalai cm-ben mérve egész számok, ezért a téglalap oldalai csak a 144 osztópárjai lehetnek, ezek a következők:

$$1\cdot 144=2\cdot 72=3\cdot 48=4\cdot 36=6\cdot 24=8\cdot 18=12\cdot 12=9\cdot 16$$

Egyszerű próbálgatással adódik, hogy a legkisebb kerületű téglalap minden oldala 12 cm, **vagyis az azonos területű téglalapok közül a négyzetnek a legkisebb a kerülete.**

Készítette:
Dr. Fülöp Zsolt

4.) András, Béla és Csaba hajóskapitányok. Egy kikötőből egyszerre indulnak, majd András 3 nap múlva, Béla 4 nap múlva, Csaba pedig 5 nap múlva tér vissza a kikötőbe. András és Béla még az érkezés napján visszaindulnak, míg Csaba mindig csak másnap indul vissza. Hány nap telik el a három hajóskapitány ötödik találkozásáig?

Megoldás:

Csaba mindig 5 nap múlva érkezik vissza a kikötőbe és másnap indul tovább, ezért ő az 5., 6., 11., 12., 17., 18., stb. napokon tartózkodik a kikötőben, vagyis azokon a napokon, amelyek 6-nak a többszörösei vagy azokon, amelyek sorszáma 6-tal osztva 5-öt ad maradékul. Viszont András és Béla csak olyan napokon tartózkodnak egyszerre a kikötőben, amelyek sorszámai a $3 \cdot 4 = 12$ -nek a többszörösei. Tehát mindhárom kapitány a 12., 24., 36., 48., 60., stb. napokon tartózkodik egyszerre a kikötőben, **így az ötödik találkozásig 60 nap telik el.**

Készítette:
Dr. Fülöp Zsolt

Boronkay György Műszaki Középiskola és Gimnázium
2600 Vác, Németh László u. 4- 6.
☎: 27- 317 - 077 ☎/fax: 27- 315 - 093
WEB: http://boronkay.vac.hu **e-mail:** boronkay@vac.hu

Levelező Matematika Szakkör — ***2021/2022. 2. feladatsor***
7.-8. évfolyam

MEGOLDÁSOK

1.) Mutassuk meg, hogy 20 egész szám közül mindig kiválasztható kettő olyan, amelyek különbsége osztható 19-cel!

Megoldás:

Mivel a 19-cel való osztásnál 19-féle maradék lehetséges, így 20 szám közül biztosan lesz legalább kettő olyan, amelynek ugyanannyi a maradéka, így az ő különbségük 0 maradékot fog adni. **Tehát valóban kiválasztható kettő, melyek különbsége osztható 19-cel. Q.e.d.**

2.) Igaz-e, hogy bármely öt egész szám között van három olyan szám, melyek összege osztható 3-mal?

Megoldás:

A 3-mal való osztásnál 3 maradékosztály keletkezik, a 0, az 1 és a 2 maradékosztály. (Ennyi lesz a maradék.) Két eset van:

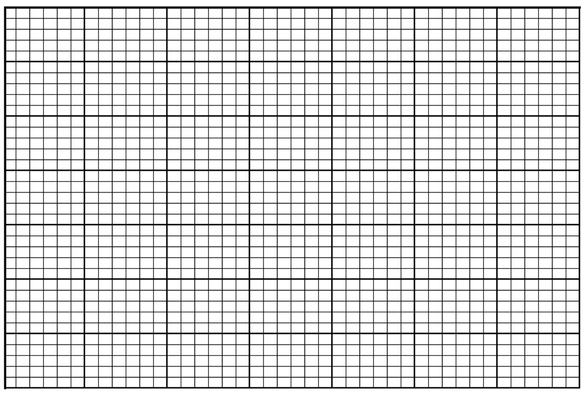
- Ha valamelyik maradékosztályba 3 vagy annál több szám kerül az öt közül, akkor az abból a maradékosztályból kiválasztott 3 szám összege osztható lesz 3-mal.
- Ha egyikbe sem kerül 3, akkor mindegyikben lesz legalább egy szám az öt közül. Így mindegyik osztályból egyet-egyet kiválasztva, az ő összegük lesz 3-mal osztható.

Így beláttuk az állítást.

3.) Egy 35x42-es téglalapban felvettünk 100 db pontot. Mutassuk meg, hogy van olyan 5x6-os téglalap, melybe legalább 3 pont került!

Megoldás:

A 35x42-es téglalapot osszuk fel 5x6-os téglalapokra az ábrának megfelelően. Ekkor $7 \cdot 7 = 49$ kisebb téglalap keletkezik. Ha mindegyikbe csak 2 db pont kerülne, akkor 2 pont kimaradna a 100-ból. **Tehát biztosan van legalább 1 kis 5x6-os téglalap, amelybe legalább 3 pont kerül. Q.e.d.**



Készítette:
Merényi Imre

4.) 17 tudós mindegyike levelezik a többivel vagy angol, vagy német, vagy francia nyelven. Mutassuk meg, hogy van közöttük három, akik egymás közt ugyanazt a nyelvet használják!

Megoldás:

Válasszunk ki egy tudóst. Ő 16 másikkal levelezik. A skatulyaelv értelmében van legalább 6 olyan, akivel ugyanazon a nyelven. $(5 \cdot 3 + 1 = 16)$ Az általánosság megszorítása nélkül legyen ez a nyelv az angol. Ekkor két eset lehetséges:

- Van ezen 6 tudós között 2, akik egymás között angolul leveleznek. Ekkor készen vagyunk, hiszen a kiválasztott tudóssal együtt már 3-an ugyanazon a nyelven leveleznek.
- A 6 tudós egymás között csak a németet vagy a franciát használja. Ekkor válasszunk ki közülük egyet. Ő a másik öt közül legalább 3-mal egy nyelven levelezik. Legyen ez a német. Itt ismét két eset van:
    - Van ezen 3 tudós között kettő, aki németül levelezik egymással. Ekkor az előbb választott tudós és ők ketten ugyanazon a nyelven (németül) leveleznek. Így itt is találtunk 3 tudóst.
    - Ha nincs közöttük kettő, aki németül levelezik, akkor ők 3-an franciául leveleznek. Így ebben az esetben is megtaláltuk a 3 azonos nyelven levelező tudóst.

Tehát valóban van a 16 db tudós között 3 azonos nyelven levelező. Q.e.d.

Készítette:
Merényi Imre