Boronkay György Műszaki Középiskola és Gimnázium
2600 Vác, Németh László u. 4- 6.
☎: 27- 317 - 077 ☎/fax: 27- 315 - 093
WEB: http://boronkay.vac.hu **e-mail:** boronkay@vac.hu

EN ISO 9001 : 2000

Levelező Matematika Szakkör ***2021/2022. 4. feladatsor***
5.-6. évfolyam

MEGOLDÁSOK

1.) Egy osztályban matematika dolgozatot írtak. Meglepetésre minden osztályzatból kétszer annyi volt, mint az osztályzat konkrét értéke. Aznap két tanuló hiányzott, ők a dolgozatot egy következő napon írták meg és mindketten egyest kaptak. Számítsuk ki az osztályzatok átlagát!

Megoldás:

Mivel minden osztályzatból kétszer annyi volt, mint az osztályzat konkrét értéke, ezért 2 darab egyes, 4 darab kettes, 6 darab hármas, 8 darab négyes és 10 darab ötös osztályzat volt. Ehhez még hozzászámítjuk a két darab egyes dolgozatot is. Ezek átlagát úgy kapjuk meg, hogy az osztályzatok összegét osztjuk az osztályzatok számával, vagyis $2+4+6+8+10+2=32$ -vel. Tehát az osztályzatok átlaga $(2\cdot 1+4\cdot 2+6\cdot 3+8\cdot 4+10\cdot 5+2):32=112:32=\mathbf{3,5.}$

2.) Egy négy főből álló építőbrigád Ausztriában vállalt munkát. A munkabérük egy főre jutó átlaga 4500 euró volt. András és Béla jövedelmének átlaga 4130 euró volt, Csaba pedig 380 euróval többet kapott, mint Dénes. Hány euró volt Csaba, illetve Dénes jövedelme külön-külön?

Megoldás:

A négy munkás munkabérének egy főre jutó átlaga 4500 euró, ebből következik, hogy munkabérük összege $4500\cdot 4=18000$ euró. András és Béla jövedelmének átlaga 4130 euró, tehát ők ketten összesen $4130\cdot 2=8260$ eurót kaptak. Így Csaba és Dénes jövedelmének összege $18000-8260=9740$ euró volt. Mivel Csaba 380 euróval többet kapott, mint Dénes, ezért a **Dénes jövedelme** $(9740-380):2=\mathbf{4680}$ **euró.** A **Csaba jövedelme** pedig $4680+380=\mathbf{5060}$ **euró.**

Készítette:
Dr. Fülöp Zsolt

3.) Pista bácsi teljes baromfi állományának $\frac{2}{9}$ része liba, $\frac{3}{8}$ része kacsa, $\frac{5}{72}$ része pulyka, ezen kívül pedig még van 24 tyúkja is. Egy napon, a baromfiudvaron állva így morfondírozik: „Ha eladnám a teljes állományt, akkor átlagosan egy baromfiért 5200 forintot kapnék. Ha viszont csak a libákat, kacsákat és tyúkokat adnám el, akkor egy baromfi átlagosan 4800 forintos árban kelne el.” Hány forintért szándékozott Pista bácsi eladni egy pulykát?

Megoldás:

A teljes baromfiállomány $\frac{2}{9}$ része liba, $\frac{3}{8}$ része kacsa, $\frac{5}{72}$ része pulyka, ezért a 24 tyúk a teljes állomány $1 - \frac{2}{9} + \frac{3}{8} + \frac{5}{72} = \frac{1}{3}$ részét képezi. Tehát a teljes állomány $3 \cdot 24 = 72$ szárnyasból áll. Pista bácsi számításai szerint a teljes állomány eladása esetén minden egyes baromfi átlagosan 5200 forintot ér, tehát a teljes állomány $5200 \cdot 72 = 374400$ forintot ér. Ha viszont csak a libákat, kacsákat és tyúkokat adná el, akkor egy baromfi átlagosan 4800 forintot ér. Mivel ezekből a szárnyasokból $72 \cdot \frac{2}{9} + 72 \cdot \frac{3}{8} + 24 = 67$ van, ezekért $4800 \cdot 67 = 321600$ forintot kapna. Ezért a $72 \cdot \frac{5}{72} = 5$ pulyka ára összesen $374400 - 321600 = 52800$ forint, tehát **Pista bácsi egy pulykát** $52800 : 5 =$ **10560 forintért akart eladni.**

4.) Matekottudom és Számolástvétek településeken összesen 216-an érettségiztek. Számolástvéteken az érettségizők száma 36-tal több volt, mint a Matekottudom településen érettségizők kétszerese. A 216 tanuló érettségi átlaga 65 pont, míg Számolástvétek településen az érettségi átlag 70 pont volt. Mennyi volt az érettségi átlag Matekottudom településen?

Megoldás:

Összesen 216-an érettségiztek és Számolástvéteken az érettségizők száma 36-tal több volt, mint a Matekottudom településen érettségizők kétszerese, tehát a Matekottudom településen érettségizők száma $(216 - 36) : 3 = 60$, míg Számolástvéteken $2 \cdot 60 + 36 = 156$. A 216 tanuló érettségi átlaga 65 pont, tehát a 216 tanuló összesen $216 \cdot 65 = 14040$ pontot szerzett. Számolástvétek település 156 érettségizőjének az átlaga 70 pont volt, tehát az általuk elért összpontszám $156 \cdot 70 = 10920$. Tehát Matekottudom településen a 60 érettségiző összesen $14040 - 10920 = 3120$ pontot szerzett, így ezen a településen **az érettségi átlag** $3120 : 60 =$ **52 pont volt.**

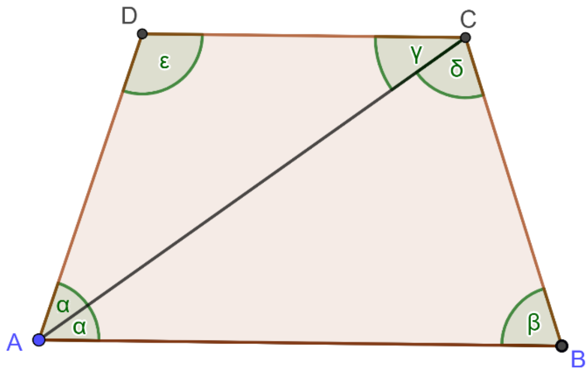
Készítette:
Dr. Fülöp Zsolt

Boronkay György Műszaki Középiskola és Gimnázium
2600 Vác, Németh László u. 4- 6.
☎: 27- 317 - 077 ☎/fax: 27- 315 - 093
WEB: http://boronkay.vac.hu **e-mail:** boronkay@vac.hu

MEGOLDÁSOK

1.) Egy húrtrapézt az egyik átlója két egyenlő szárú háromszögre bont. Mekkorák a trapéz szögei?

Megoldás:

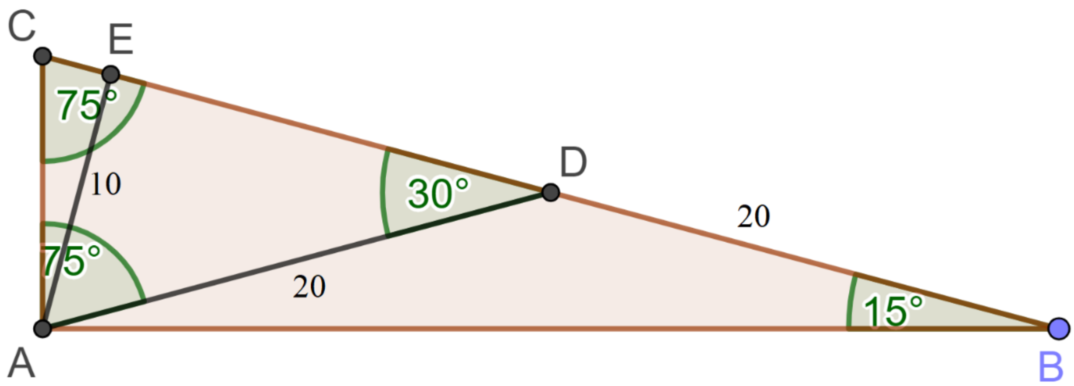


ACD háromszög egyenlő szárú, így $\gamma = \alpha$.
BAC szög váltószöge γ-nak így ő is α. $\beta = 2\alpha$, mert az alapon fekvő szögek egyenlőek.
Két eset van:

- Amennyiben $\delta = \beta$, akkor a BC száron fekvő szögekre, $\beta + \delta + \gamma = 180^0$, azaz $2\alpha + 2\alpha + \alpha = 180^0$, ekkor $\alpha = 36^0$ Tehát a trapéz szögei: $\mathbf{72^0, 72^0, 108^0, 108^0}$.
- Amennyiben $\delta = \alpha$. Akkor ABC háromszögre: $\alpha + \beta + \delta = 180^0$, azaz $\alpha + 2\alpha + \alpha = 180^0$, ekkor $\alpha = 45^0$. Ekkor a megoldásunk négyzet, melynek szögei **90^0-osak**.

2.) Egy derékszögű háromszög egyik hegyesszöge 5-szöröse a másik hegyesszögének, a háromszög átfogója 40 cm. Számítsuk ki a háromszög területét!

Megoldás:



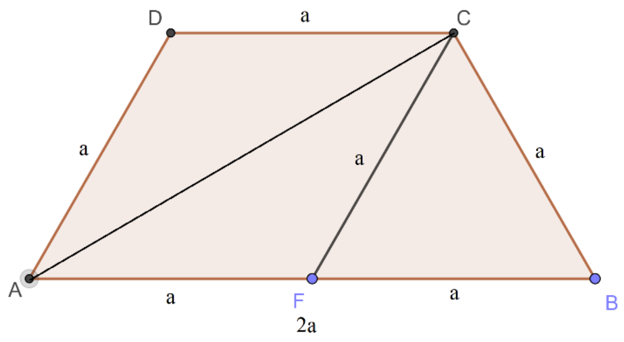
Mivel a két hegyesszög összege 90^0, ezért a két szög 15^0, ill. 75^0.

A Thalesz-tétel miatt az ADC háromszög egyenlőszárú lesz, így A csúcsnál lévő szöge 75^0, D csúcsnál lévő szöge 30^0. E pont legyen az ABC háromszög átfogóhoz tartozó magassága, így az ADE háromszög szögei, 30^0, 90^0, és 60^0, azaz félszabályos, így AE oldala az AD oldala fele, azaz 10 cm. A háromszög területe tehát: $\frac{40 \cdot 10}{2} = \mathbf{200\ cm^2}$.

Készítette:
Merényi Imre

3.) Egy szimmetrikus trapéz hosszabbik alapja kétszerese a rövidebb alapnak. Tudjuk még, hogy a trapéz átlója felezi a trapéz hegyesszögét. Mekkorák a trapéz szögei?

<u>Megoldás</u>:

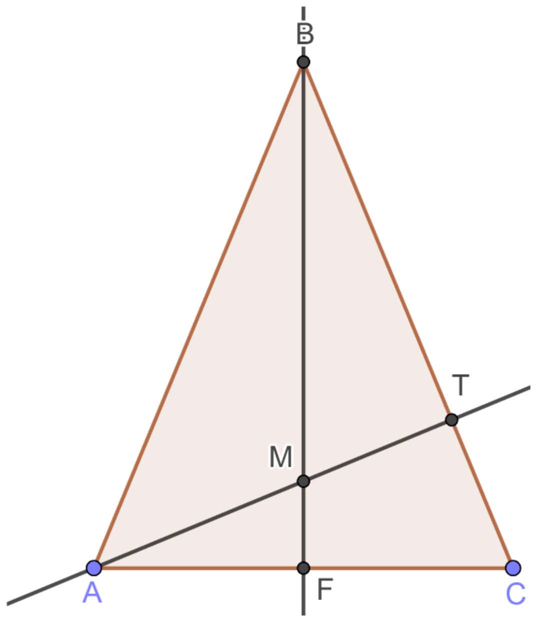


Mivel az átló felezi a szöget, ezért BAC∡ = CAD∡. Mivel azonban BAC∡ és ACD∡ váltószögek, így ők is egyenlőek, ezért ACD háromszög egyenlőszárú, így AD oldal is a-val egyenlő. Húzzunk párhuzamost C-n keresztül AD oldallal, így kapjuk az AFCD paralelogrammát, ami rombusz, hiszen két egymás melletti oldala megegyezik (AD = CD), ezért az F pont felezőpont.

Azt kaptuk tehát, hogy BF = FC = CB = a, így FBC háromszög szabályos. Tehát a trapéz szögei: **60^0,60^0,120^0,120^0.**

4.) Az ABC hegyesszögű háromszögben AB = BC, és a háromszög magasságpontja M. Mekkorák a háromszög szögei, ha MB = AC ?

<u>Megoldás</u>:



A TBM∡ és a CAT∡ szögek merőleges szárú szögek, így egyenlőek. Így az MTB és az ACT derékszögű háromszögek minden szöge egyenlő. Az MB = AC feltétel miatt az átfogójuk is egyenlő, így ők egybevágóak, ezért a többi oldaluk is egyenlő. Ezért AT = BT. Így az ATB háromszög egyenlőszárú és derékszögű, tehát a B csúcsnál lévő szöge 45^0. **Tehát az ABC háromszög szögei: 45^0; $67,5^0$; $67,5^0$.**

Készítette:
Merényi Imre